به نام خدا

محاسبات جریان‌های متغیر مکانی با افزایش دبی

یک جریان متغیر مکانی عبارت است از یک جریان متغیر تدریجی دائمی که دبی آن در جهت جریان تغییر می‌یابد. برحسب نوع تغییرات دبی، این جریان‌ها به دو گروه تقسیم می‌شوند:

۱- جریان متغیر مکانی با افزایش دبی

۲- جریان متغیر مکانی با کاهش دبی

در جریان‌های متغیر مکانی با افزایش دبی به علت اختلاط شدید جریان و آشفتگی حاصله، مقدار افت انرژی به صورت قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد. از آنجا که محاسبه و تعیین مقدار دقیق این افت انرژی غیرممکن است و از طرفی آب اضافه شده، دارای مومنتمی در جهت جریان آب در کانال نمی‌باشد، برای به دست آوردن معادلات حاکم بر این نوع جریان از معادله اندازه حرکت استفاده می‌شود و در نتیجه معادله دینامیکی جریان‌های متغیر مکانی با افزایش دبی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{dy}{dx}=\frac{S_0-S_f-\frac{2\beta Q}{gA^2}\frac{dQ}{dx}}{1-\frac{\beta Q^2 T}{gA^3}}=\frac{S_0-S_f-\frac{2\beta Q}{gA^2}\frac{dQ}{dx}}{1-\beta Fr^2}$$

با توجه به این نکته که برای محاسبه پروفیل سطح آب لازم است تا خصوصیات جریان در یک نقطه به عنوان مقطع کنترل مشخص باشد، محل وقوع عمق بحرانی در جریان‌های متغیر مکانی با افزایش دبی از معادله زیر قابل محاسبه است:

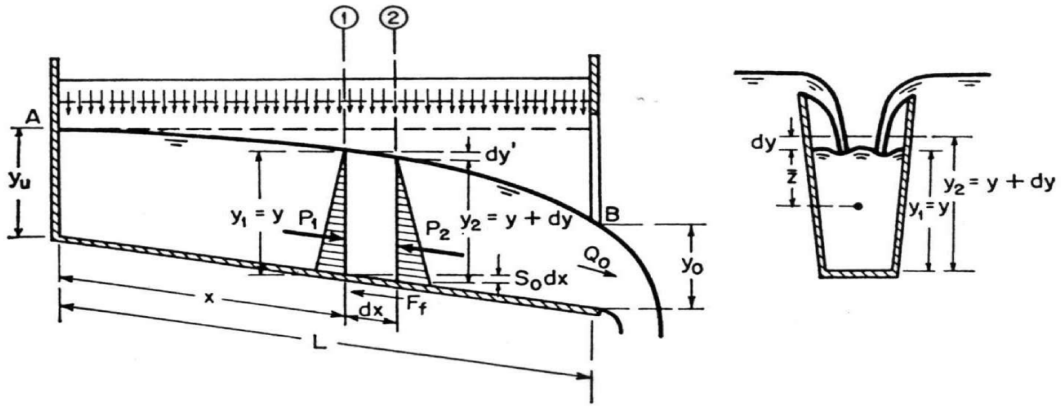
$$x_c=\frac{8\beta q_x^2}{gT^2\left(S_0-\frac{n^2 g P}{\beta T R^{1/3}}\right)^3}$$

در صورتی که x_c بزرگتر از طول کانال L باشد مقطع بحرانی پدید نمی‌آید و جریان در تمام مسیر کانال زیربحرانی می‌باشد و در این زمان مقطع کنترل در انتهای پایین‌دست کانال واقع خواهد بود.

در روابط فوق، y عمق جریان، x فاصله مقطع مورد نظر تا ابتدای کانال، Q دبی کل جریان در این فاصله (x)، β ضریب تصحیح اندازه حرکت، n ضریب زبری مانینگ، A سطح مقطع جریان، P پیرامون تر شده، R شعاع هیدرولیکی، T عرض سطح آب در مقطع مورد نظر، g شتاب ثقل، S_0 شیب کف کانال، S_f شیب خط انرژی، q_x دبی در در واحد طول کانال می‌باشد.

محاسبه پروفیل سطح جریان به روش هیندز (Hindz)

هیندز در سال ۱۹۲۶ روش ساده‌ای با استفاده از معادله اندازه حرکت و روش اختلاف محدود و صرف‌نظر نمودن از تأثیر اصطکاک پیشنهاد نمود:



شمای یک جریان متغیر مکانی با افزایش دبی

با توجه به شکل فوق و اعمال معادله اندازه حرکت در جهت جریان می‌توان نوشت:

$$M_2 - M_1 = F_1 - F_2 + W\sin\theta - F_f \quad ; \quad \Delta M = -\Delta F + W\sin\theta - F_f$$

$$\frac{\gamma\beta}{g}\left[(Q+\Delta Q)(V+\Delta V) - Q\,V\right] = -\gamma\,\bar{A}\,\Delta y + \gamma\,S_0\bar{A}\,\Delta x - \gamma\,\bar{S}_f\,\bar{A}\,\Delta x$$

علامت بار نشان دهنده متوسط آن کمیت، بین دو مقطع است.

$$\bar{A} = \frac{A_1 + A_2}{2} = \frac{\bar{Q}}{\bar{V}} = \frac{Q_1 + Q_2}{V_1 + V_2}$$

$$Q_1 = Q \quad ; \quad Q_2 = Q + \Delta Q \quad ; \quad V_1 = V \quad ; \quad V_2 = V + \Delta V$$

رابطه حاصل را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\Delta y = \left(S_0 - \bar{S}_f\right)\Delta x - \frac{\beta Q}{g\bar{A}}\left(\Delta V + \frac{V+\Delta V}{Q}\Delta Q\right) = \left(S_0 - \bar{S}_f\right)\Delta x - \frac{\beta Q}{g}\frac{\bar{V}}{\bar{Q}}\left(\Delta V + \frac{V+\Delta V}{Q}\Delta Q\right)$$

$$\Delta y = \left(S_0 - \bar{S}_f\right)\Delta x - \frac{\beta Q}{g}\frac{V_1+V_2}{Q_1+Q_2}\left(\Delta V + \frac{V_2}{Q_1}\Delta Q\right)$$

میزان فروافتادگی سطح آب بین دو مقطع برابر است با:

$$\Delta y' = -\Delta y + S_0\,\Delta x$$

و در نتیجه خواهیم داشت:

$$\Delta y' = \frac{S_{f1} + S_{f2}}{2}\Delta x + \frac{\beta Q}{g}\frac{V_1+V_2}{Q_1+Q_2}\left[\Delta V + \frac{V_2}{Q_1}\Delta Q\right]$$

جهت استفاده از رابطه فوق، از نقطه بحرانی که ارتفاع آب در آن مشخص است، شروع نموده و محاسبات برای دو قسمت بالادست با جریان زیربحرانی و پایین‌دست با جریان فوق بحرانی انجام می‌پذیرد. با استفاده از روش آزمون و خطا و با داشتن خصوصیات جریان در هر مقطع، میزان افت سطح آب بین دو مقطع به دست می‌آید. بدین منظور لازم است تا در ابتدا مقداری برای $\Delta y'$ فرض نمود و با استفاده از $\Delta y'$ مقدار y را به دست آورد و نهایتاً با استفاده از معادله مربوطه مجدداً مقدار $\Delta y'$ را محاسبه کرد. اگر مقدار فرضی با مقدار محاسبه شده برابر بود، عمق y صحیح می‌باشد در غیر این صورت محاسبات تکرار می‌شود. بدیهی است دقت محاسبات به Δx انتخاب شده وابسته است. هرچه Δx کوچکتر باشد، پروفیل حاصله دقیق‌تر خواهد بود.

مثال: در یک رودخانه کوهستانی به عرض ۵ متر، طرح آبگیری از کف انجام گرفته است. در صورتی که آبگیر کل عرض رودخانه را پوشش داده باشد و دبی قابل برداشت از آن برابر ۱۰ متر مکعب بر ثانیه، و کانال احداث شده در زیر صفحه مشبک دارای مقطعی مستطیلی با عرض ۲/۵ متر، شیب طولی S_0 = ۰/۵ و ضریب زبری n = ۰/۰۱۵ باشد، پروفیل جریان در این کانال را به دست آورید. ضریب تصحیح مومنتم را برابر یک در نظر بگیرید.

حل: اولین گام عبارت است از تعیین مقطع بحرانی که همان مقطع کنترل می‌باشد، از آنجا که در مقطع بحرانی P ، A و R تابعی از عمق بحرانی و عمق بحرانی خود تابعی از دبی کل موجود در آن مقطع ($Q_c = q_x \times x_c$) می‌باشد، می‌بایست از روش سعی وخطا استفاده نمود، به همین دلیل در اولین فرض $Q_c = 5\ m^3/s$ در نظر گرفته می‌شود.

$$q_x = \frac{Q}{L} = \frac{\left(10 m^3/s\right)}{\left(5m\right)} = 2 m^3/s/m \quad ; \quad Q_c = 5 m^3/s$$

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{Q_c^2}{b^2 g}} = \sqrt[3]{\frac{\left(5 m^3/s\right)^2}{(2.5m)^2\left(9.81 m/s^2\right)}} \quad ; \quad y_c = 0.74 m$$

$$x_c = \frac{8\beta q_x^2}{gT^2\left(S_0 - \frac{n^2 g P}{\beta T R^{1/3}}\right)^3} = \frac{8(1)\left(2 m^2/s\right)^2}{\left(9.81 m/s^2\right)(2.5m)^2\left[(0.5) - \frac{(0.015)^2\left(9.81 m/s^2\right)(2.5+2y_c)}{(1)(2.5m)\left(\frac{2.5y_c}{2.5+2y_c}\right)^{1/3}}\right]^3} = 4.29 m$$

$$Q_c = q_x x_c = \left(2 m^2/s\right)(4.29 m) = 8.58 m^3/s$$

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{Q_c^2}{b^2 g}} = \sqrt[3]{\frac{\left(8.58 m^3/s\right)^2}{(2.5m)^2\left(9.81 m/s^2\right)}} = 1.06 m \quad ; \quad x_c = 4.3 m$$

با داشتن محل و مشخصات مقطع بحرانی، می‌توان پروفیل سطح آب را می‌توان به کمک روش هیندز در بالادست و پایین‌دست مقطع بحرانی محاسبه نمود. خلاصه محاسبات در جدول نشان داده شده است.

در صورتی‌که رقوم کف کانال، در x = ۰ برابر ۱۰ متر فرض شود، رقوم کف در هر نقطه برابر است با: $10 - 0.5 \times x$

برای شروع محاسبات لازم است تا مقداری برای $\Delta y'$ فرض نمود. رقوم سطح آب در قسمت زیربحرانی با جمع جبری رقوم سطح آب در مقطع قبل و $\Delta y'$ انتخابی و در مقطع فوق بحرانی از تفاضل این دو مقدار معین می‌گردد. عمق جریان از رابطه $y = Z - Z_0$ به دست می‌آید. همچنین داریم:

$$\Delta y'_m = \left(\frac{\beta Q}{g}\right)\left(\frac{V_1 + V_2}{Q_1 + Q_2}\right)\left(\Delta V + \frac{V_2}{Q_1}\Delta Q\right)$$

$$S_f = \frac{n^2 V^2}{R^{4/3}}$$

محاسبات مربوط به جریان زیر بحرانی در بالادست

x	Δx	Z_0	Δy'	$Z=Z_0+y$	y	A	P	R	$Q=2\times x$	V	S_f	$\lvert\Delta y'_m\rvert$	$\Delta y'=\lvert\Delta y'_m\rvert+$ S_f متوسط × Δx
4.3		7.85		8.91	1.06	2.65	4.62	0.57	8.6	3.25	0.00497		
	0.3											0.215	0.22
4		8	0.25	9.16	1.16	2.90	4.82	0.60	8.0	2.76	0.00337		
												0.196	0.20
4		8	0.22	9.13	1.13	2.83	4.76	0.59	8.0	2.83	0.00362		
												0.182	0.19
4		8	0.20	9.11	1.11	2.78	4.72	0.59	8.0	2.88	0.00380		
	1											0.280	0.28
3		8.5	0.28	9.39	0.89	2.23	4.28	0.52	6.0	2.70	0.00391		
	1											0.386	0.39
2		9	0.39	9.78	0.78	1.95	4.06	0.48	4.0	2.05	0.00252		
	1											0.318	0.32
1		9.5	0.32	10.10	0.60	1.50	3.70	0.41	2.0	1.33	0.00133		
	0.9											0.190	0.19
0.1		9.95	0.19	10.29	0.34	0.85	3.18	0.27	0.2	0.24	0.00007		

محاسبات مربوط به جریان فوق بحرانی در پایین‌دست

x	Δx	Z_0	Δy'	$Z=Z_0+y$	y	A	P	R	$Q=2\times x$	V	S_f	$\lvert\Delta y'_m\rvert$	$\Delta y'=\lvert\Delta y'_m\rvert+$ S_f متوسط × Δx
4.3		7.85		8.91	1.06	2.65	4.62	0.57	8.6	3.25	0.00497		
	0.7											0.082	0.09
5		7.5	0.09	8.82	1.32	3.30	5.14	0.64	10.0	3.03	0.00373		