

به کارگیری روش های درون یابی غیر خطی در حل مسایل ضربه ی قوچ به روش مشخصه ها با اعداد کورانت بزرگ تر از یک

زهرا محمدیان^۱، میلاد لطیفی علویجه^۲، محمدرضا چمنی^۳

۱- کارشناس ارشد مهندسی عمران-آب، دانشگاه صنعتی اصفهان

۲- کارشناس ارشد مهندسی عمران-آب، دانشگاه صنعتی اصفهان

۳- دانشیار، دانشگاه صنعتی اصفهان

z_mohammadian@yahoo.com

milad.latifi@yahoo.com

mchamani@cc.iut.ac.ir

خلاصه

مهم ترین روش در حل معادلات حاکم بر پدیده ی ضربه قوچ، روش مشخصه ها است که در بسیاری از موارد نیازمند درون یابی است. در این تحقیق، روش های درون یابی غیر خطی پیشین به علاوه روش درون یابی پیشنهادی غیر خطی هریت درجه سه، در معادلات کامل ضربه ی قوچ برای عددهای کورانت بزرگ تر از یک توسعه داده شده است. بررسی ها نشان می دهد با به کارگیری روش های درون یابی غیر خطی، امکان حل مسأله با کورانت های بزرگ تر از یک فراهم می شود که ضمن کاهش زمان محاسبات، موجب دستیابی به نتایج مطلوب و با دقتی بیش از روش های خطی می گردد. در میان روش های غیر خطی به کار برده شده نیز نتایج روش هریت مناسب تر است.

کلمات کلیدی: ضربه ی قوچ، روش مشخصه ها، درون یابی غیر خطی، عدد کورانت، درون یابی هریت.

۱. مقدمه

در جریان های ناماندگار^۱، در اثر تغییرات ایجاد شده در محیط پیرامون، جریان در دوره ای کوتاه یا طولانی از حالت ماندگار به وضعیتی دیگر تغییر می یابد. اگر جریان ناماندگار در خطوط انتقال سیالات، در اثر تغییرات ناگهانی اندازه حرکت جریان در مجاری باز و بسته روی دهد، ضربه ی قوچ^۲ نامیده می شود. این تغییرات اندازه حرکت به تغییرات فشاری تبدیل شده و به صورت موج های فشاری با سرعت زیاد در سیستم انتقال، انعکاس می یابد تا زمانی که موج های فشاری مستهلک گشته و از بین بروند. بنابراین، می توان آن را یک جریان ناماندگار میرا^۳ که بین دو جریان ماندگار روی می دهد، نام گذاری کرد [۱].

در مطالعه ی جریان های ناماندگار باید اثر اندازه حرکت سیال و در صورت نیاز، الاستیسیته یا تراکم پذیری سیال و مجرای جریان لحاظ گردد. معمولاً حل مسایل ضربه ی قوچ با استفاده از نظریه الاستیک در حالت یک بعدی جریان صورت می پذیرد. به کمک این نظریه، روابط کامل اندازه حرکت و پیوستگی به صورت زیر به دست می آید [۱]:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{f}{2D} V |V| = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial H}{\partial x} - V \sin \alpha = 0 \quad (2)$$

که در آن V و H سرعت و هد فشار جریان، g شتاب ثقل، f ضریب اصطکاک داری وایسباخ، D قطر لوله، a سرعت انتشار موج و S و t مؤلفه های زمانی و مکانی پارامترهای سرعت و هد فشار است. این معادلات به ندرت به صورت تحلیلی قابل حل است و از روش های عددی برای حل آنها استفاده

¹ Unsteady Flow

² Water Hammer

³ Transient Flow

شده است. یکی از رایج ترین روش های عددی حل معادلات، روش مشخصه ها^۱ (MOC) است که دارای ویژگی های مطلوبی مانند دقت، سهولت، بازدهی عددی و سهولت برنامه نویسی است. روش مشخصه ها با شبکه ی ثابت با موفقیت چشمگیری در سیستم های انتقال سیالات و شبکه ی لوله ها به کار گرفته شد. در روش شبکه ثابت از یک گام زمانی عمومی (Δt) برای حل معادلات حاکم بر تمام لوله ها استفاده می شود. در این حالت در یک سیستم به دلیل داشتن لوله هایی با طول های متفاوت و گاه سرعت های موج مختلف، امکان بدست آوردن پارامترهای جریان با استفاده از روش های درونیابی^۲ میسر است [۲]. در این حالت، شبکه ثابت باید به گونه ای در نظر گرفته شود که شیب خطوط مشخصه در هر یک از اجزای شبکه از شیب گام شبکه کمتر نشود تا حل مسأله پایدار گردد. به عبارت دیگر، عدد کورانت که به صورت زیر تعریف می شود از یک کمتر باشد:

$$Cr = (a + V) \frac{\Delta t}{\Delta s} \leq 1 \quad (۳)$$

با به کارگیری روش مشخصه ها، دو معادله ی اندازه حرکت و پیوستگی که به شکل دیفرانسیل جزیی هستند، با استفاده از ترکیب خطی به معادلات دیفرانسیل کامل تبدیل می شوند. شکل اختلاف متناهی این معادلات به صورت زیر نوشته می شود:

$$\begin{aligned} \frac{V_P - V_L}{\Delta t} + \frac{g}{a} \frac{H_P - H_L}{\Delta t} - \frac{g}{a} V_L \sin \alpha + \frac{f}{2D} V_L |V_L| &= 0 & \left[\frac{ds}{dt} = V_L + a \right] \\ \frac{V_P - V_R}{\Delta t} - \frac{g}{a} \frac{H_P - H_R}{\Delta t} + \frac{g}{a} V_R \sin \alpha + \frac{f}{2D} V_R |V_R| &= 0 & \left[\frac{ds}{dt} = V_R - a \right] \end{aligned} \quad (۴)$$

با محاسبه ی V_L ، V_R ، H_L و H_R به کمک روش های درونیابی بین هد فشاری و سرعت در گره های معلوم شبکه و قرار دادن آنها در معادلات فوق، سرعت و هد فشاری در گره مجهول بدست می آید.

مهم ترین توسعه در حل عددی معادلات هذلولوی توسط لیستر^۳ (۱۹۶۰) انتشار یافت. او روش مشخصه ها با شبکه ثابت را با روش کلاسیک مشخصه ها مقایسه کرد و دریافت که استفاده از روش مشخصه ها با شبکه ثابت محاسبات را آسان تر می سازد و امکان انتخاب نقاط گرهی و محاسبه هد فشار و سرعت در نقاط مورد نظر را در فواصل زمانی ثابت برای تحلیل گر فراهم می آورد [۳]. برای در نظر گرفتن مسأله ی تقسیمات لوله، لیستر درونیابی خطی روی خط مکانی را جهت تخمین هد فشار و سرعت جریان در پای هر یک از خطوط مشخصه به کار برد [۵]. ویگرت^۴ و ساند کوئیست^۵ (۱۹۷۷) با ترکیب درونیابی مکانی کلاسیک و درونیابی مکانی ریچاوت^۶، روش جدیدی را ارائه کردند [۴]. روش درونیابی زمانی ریچیک^۷، با استفاده از حل m مرحله زمانی قبل، توسط گلدبرگ^۸ و وایلی^۹ (۱۹۸۳) توسعه داده شد. آن ها دریافتند که در تقسیمات لوله یکسان، درونیابی زمانی ریچیک دقیق تر از درونیابی مکانی است. علاوه بر این، گلدبرگ و وایلی ادعا کردند که با افزایش m ، خطاهای عددی کاهش می یابد [۵]. لای^{۱۰} (۱۹۸۹) روش های درونیابی ضمنی ریچیک زمانی، ریچیک مکانی، ریچاوت مکانی و درونیابی های مکانی و زمانی کلاسیک را با یکدیگر ترکیب کرد و روش مالتی مود^{۱۱} را ارائه کرد [۶]. یانگ و هسو (۱۹۹۰ و ۱۹۹۱) حل عددی معادلات انتشار یک بعدی و سپس دوبعدی را ارائه کردند. آن ها پیشنهاد کردند که از ریچیک زمانی در بیش از یک گام زمانی و روش درونیابی هالی-پریسمن^{۱۲} زمانی یا مکانی استفاده شود. آن ها ادعا کردند که نتایج حاصل از روش ریچیک هالی-پریسمن بهتر از روش کلاسیک هالی-پریسمن است [۷ و ۸]. ساییتروس و همکاران^{۱۳} (۱۹۹۱) درونیابی به روش اسپلین درجه سه مکانی را در روش مشخصه ها استفاده کردند و آن را با نتایج حاصل از درونیابی به کمک چند جمله ای های هرمیت از درجه چهار-دونقطه ای مکانی مقایسه کردند. آن ها به این نتیجه رسیدند که هر دو روش از لحاظ صحت نتایج مشابه هستند، اما در آن مسأله ی خاص، روش اسپلین کندتر از روش هرمیت جواب می دهد. علاوه بر این، نتایج به دست آمده نشان داد که با به کارگیری روش اسپلین حتی در کورانت های بزرگ تر از یک نیز می توان به حلی پایدار دست یافت [۹]. رستمی (۱۳۸۳) به مطالعه ی یک مدل ساده برای حل معادلات کامل و تقریبی ضربه ی قوچ پرداخت و از روش های درونیابی غیرخطی اسپلین روی خط مکانی، زمانی و ترکیبی (استفاده از تابع شکل درجه سه) استفاده کرد. نتایج حاصل از این مطالعات نشان داد در شرایطی که از گام زمانی بزرگ در تحلیل استفاده می شود، درونیابی های غیرخطی جواب های بسیار بهتری نسبت به درونیابی خطی ارائه می کنند

¹ Method of Characteristics (MOC)

² Interpolation Techniques

³ Lister

⁴ Wiggert

⁵ Sundquist

⁶ Reachout in Space Interpolation

⁷ Reachback Time-Line Interpolation

⁸ Goldberg

⁹ Wylie

¹⁰ Lai

¹¹ Multimode

¹² Holly-Preissmann

¹³ Sibetheros et al.

[۱۰]. محمدیان و همکاران (۱۳۸۸) علاوه بر روش‌های درونیابی پیشین، روش درونیابی غیرخطی هرمیت درجه سه را در یک مدل ساده توسعه داد. نتایج این پژوهش حاکی از آن بود که درونیابی هرمیت نسبت به درونیابی‌های غیرخطی اسپلاین و خطی، از دقت بالاتری برخوردار است. این تحقیق نشان داد که نتایج حاصل از روش هرمیت نسبت به افزایش تعداد تقسیمات لوله تغییر چندانی نمی‌یابد و خطای درونیابی این روش با کاهش عدد کورانت اندک و قابل چشم‌پوشی است [۱۱].

۲. مدل‌سازی

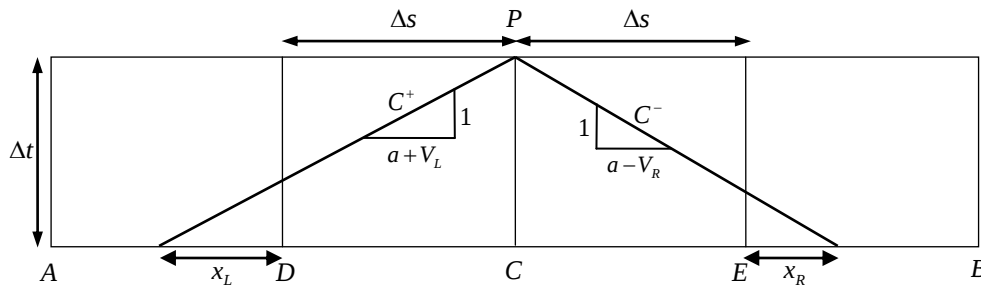
با توجه به نتایج ارایه شده در بخش مرور مقالات، دیده شد که با به کارگیری روش‌های درونیابی غیرخطی امکان استفاده از اعداد کورانت بزرگ‌تر از یک بدون ایجاد ناپایداری در نتایج فراهم می‌گردد. در این پژوهش، برای حل معادلات کامل ضربه قوچ از درونیابی‌های غیرخطی چندجمله‌ای‌های هرمیت و اسپلاین مرتبه سوم روی خط مکانی و با بهره‌گیری از اعداد کورانت بزرگ‌تر از یک استفاده شده است.

• درونیابی هرمیت درجه سه روی خط مکانی برای اعداد کورانت بزرگ‌تر از یک

در این روش فرض می‌شود که سرعت و هد فشار به‌طور غیرخطی میان گره‌ها تغییر یابد. با توجه به شکل (۱) و با در نظر گرفتن تقسیمات شبکه و شیب خطوط مشخصه، می‌توان روابط زیر را به ترتیب برای خطوط مشخصه مثبت و منفی نوشت:

$$V_L = \frac{\Delta s(1 - X_L)}{\Delta t} - a \quad \left(X_L = \frac{x_L}{\Delta s} \right) \quad (5)$$

$$V_R = a - \frac{\Delta s(1 - X_R)}{\Delta t} \quad \left(X_R = \frac{x_R}{\Delta s} \right) \quad (6)$$



شکل ۱- درونیابی روی خط مکانی

به کمک الگوریتم هرمیت درجه سه، یک چندجمله‌ای درجه سوم برای هر یک از متغیرهای سرعت و هد فشاری در فواصل مکانی بین گره‌ها به صورت زیر نوشته می‌شود [۱۳]:

$$V_L = V_A + b_L^V X_L + c_L^V X_L^2 + d_L^V X_L^3 (1 - X_L) \quad (7)$$

$$H_L = H_A + b_L^H X_L + c_L^H X_L^2 + d_L^H X_L^3 (1 - X_L) \quad (8)$$

$$V_R = V_C + b_R^V (1 - X_R) + c_R^V (1 - X_R^2) - d_R^V (1 - X_R)^2 X_R \quad (9)$$

$$H_R = H_C + b_R^H (1 - X_R) + c_R^H (1 - X_R^2) - d_R^H (1 - X_R)^2 X_R \quad (10)$$

متغیر V_L از روابط روابط (۵) و (۷) حذف شده و رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$d_L^V X_L^3 + (c_L^V + d_L^V) X_L^2 + \left(b_L^V + \frac{\Delta s}{\Delta t} \right) X_L - \left(\frac{\Delta s}{\Delta t} - a - V_A \right) = 0 \quad (11)$$

با بدست آوردن X_L و قرار دادن آن در معادلات (۷) و (۸)، مقادیر V_L و H_L محاسبه می‌شوند. همچنین، با استفاده از روابط (۶) و (۹) می‌توان متغیر V_R را حذف کرد و به رابطه‌ای برحسب X_R به صورت زیر دست یافت:

$$d_R^V X_R^3 - (c_R^V + 2d_R^V) X_R^2 + \left(b_R^V + 2c_R^V + d_R^V + \frac{\Delta s}{\Delta t} \right) X_R - \left(b_R^V + c_R^V + \frac{\Delta s}{\Delta t} - a + V_C \right) = 0 \quad (12)$$

با بدست آوردن X_R و قرار دادن آن در معادلات (۹) و (۱۰)، مقادیر H_R و V_R محاسبه می‌شوند.

• درون‌یابی اسپلاین درجه سه روی خط مکانی برای اعداد کورانت بزرگ‌تر از یک

در این نوع درون‌یابی نیز، روابط (۵) و (۶) برای خطوط مشخصه مثبت و منفی صادق هستند. برای اعمال این روش نیز فرض می‌شود که سرعت و هد فشار به طور غیرخطی میان گره‌ها تغییر یابد. با بکار بردن الگوریتم اسپلاین درجه سه، یک چندجمله‌ای درجه سوم برای هر یک از متغیرهای سرعت و هد فشاری در فواصل مکانی بین گره‌ها به صورت زیر به دست می‌آید [۱۲]:

$$V_L = V_A + B_L^V X_L + C_L^V X_L^2 + D_L^V X_L^3 \quad (13)$$

$$H_L = H_A + B_L^H X_L + C_L^H X_L^2 + D_L^H X_L^3 \quad (14)$$

$$V_R = V_C + B_R^V (1 - X_R) + C_R^V (1 - X_R)^2 + D_R^V (1 - X_R)^3 \quad (15)$$

$$H_R = H_C + B_R^H (1 - X_R) + C_R^H (1 - X_R)^2 + D_R^H (1 - X_R)^3 \quad (16)$$

با استفاده از روابط (۵) و (۱۳)، متغیر V_L از روابط حذف شده و رابطه زیر بدست می‌آید:

$$D_L^V X_L^3 + C_L^V X_L^2 + (B_L^V + a + V_0) X_L + (V_A - V_0) = 0 \quad (17)$$

با بدست آوردن X_L و قرار دادن آن در معادلات (۱۳) و (۱۴)، مقادیر H_L و V_L محاسبه می‌شوند. همچنین، با استفاده از روابط (۶) و (۱۵) می‌توان متغیر V_R را حذف کرد و به رابطه‌ای زیر بر حسب X_R رسید:

$$D_R^V X_R^3 - (3D_R^V + C_R^V) X_R^2 + (3D_R^V + 2C_R^V + B_R^V + a + V_0) X_R - (D_R^V + C_R^V + B_R^V + V_C - V_0) = 0 \quad (18)$$

با بدست آوردن X_R و قرار دادن آن در معادلات (۱۵) و (۱۶)، مقادیر H_R و V_R محاسبه می‌شوند.

• اعمال شرایط مرزی برای اعداد کورانت بزرگ‌تر از یک

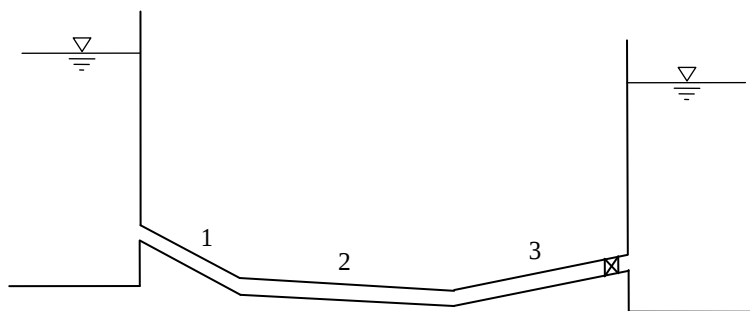
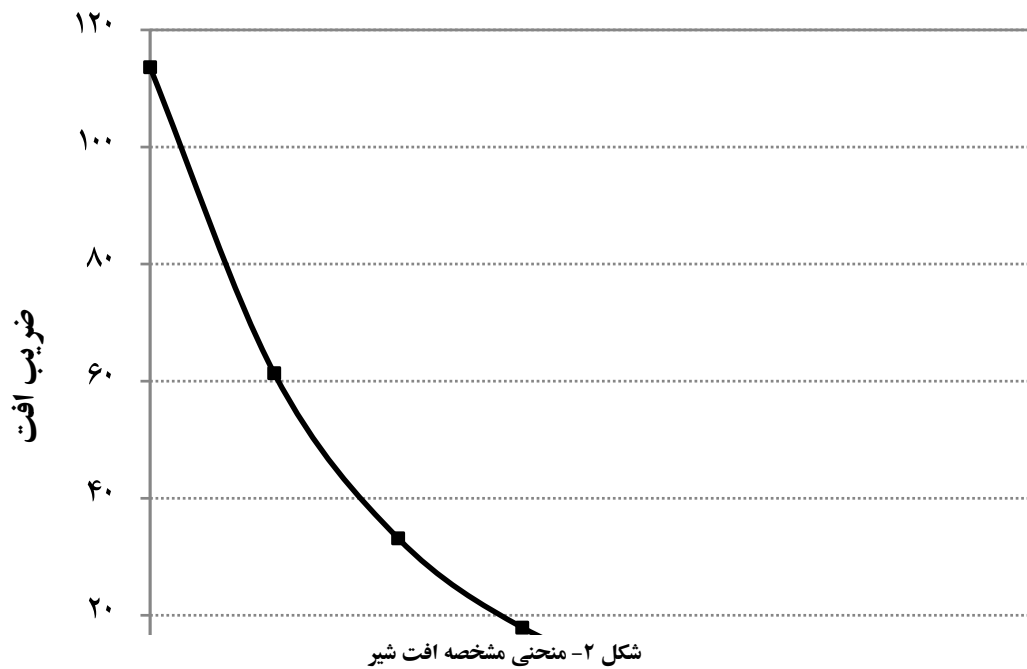
در گره‌های مجاور مرزهای ابتدا و انتهای دامنه حل، برای اعداد کورانت بزرگ‌تر از یک، پای یکی از خطوط مشخصه روی خط زمانی و خارج از دامنه‌ی حل فرود می‌آید. برای درون‌یابی مقادیر پارامترهای مورد نظر در این گره‌ها، فرض می‌گردد که تابع درجه سوم تعریف شده برای مقادیر پارامترها در گره مرزی و گره مجاور آن، در گام مکانی مجازی (خارج از دامنه مسأله) نیز صادق باشد. به‌دین ترتیب با فرض پیوستگی تابع درجه سوم در خارج از دامنه حل، راه اعمال شرایط مرزی مسأله هموار می‌شود.

۳. تحلیل نتایج

در این بخش یک مسأله خاص با روش معرفی شده حل شده و نتایج آن با روش‌های موجود و متداول مقایسه می‌گردد. مسأله‌ی مورد نظر طوری طراحی شده که بتوان در آن اثرات استفاده از اعداد کورانت کوچک‌تر از یک و بزرگ‌تر از یک را مشاهده کرد. در این مثال، خط انتقال آبی متشکل از سه لوله بین دو مخزن در نظر گرفته شده است. اطلاعات سه لوله در جدول (۱) آمده است. ارتفاع آب در مخزن بالادست ۱۰۰ متر و دبی آب در خط لوله ۰/۰۵۰ متر مکعب بر ثانیه است. شیر موجود در انتهای پایین دست خط لوله، در ۱ ثانیه اول ۹۰ درصد و در ۶ ثانیه بعدی تا ۱۰۰ درصد بسته شده است. منحنی مشخصه افت شیر در شکل (۲) نمایش داده شده است. تصویر شماتیک مسأله در شکل (۳) قابل مشاهده است.

جدول ۱- اطلاعات خط انتقال آب در مثال مورد بررسی

شماره لوله	طول لوله (متر)	قطر لوله (متر)	ضریب اصطكاك	سرعت موج (متر بر ثانیه)	رقوم تراز ابتدا (متر)	رقوم تراز انتها (متر)
۱	۲۶۰	۰/۳	۰/۰۱۵	۸۵۰	۳۹۰	۳۸۶
۲	۴۰۵	۰/۲	۰/۰۱۸	۱۰۰۰	۳۸۶	۳۸۰
۳	۴۸۵	۰/۳۵	۰/۰۱۸	۹۶۰	۳۸۰	۳۸۴



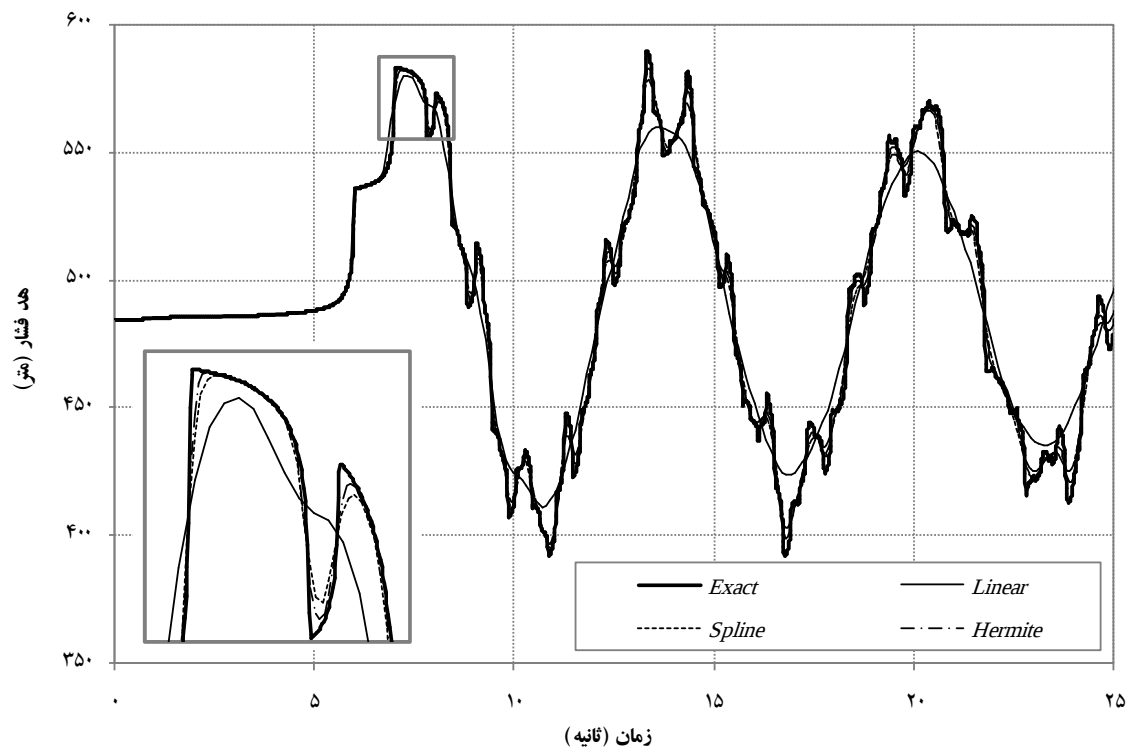
شکل ۳- تصویر شماتیک مسأله‌ی حل شده

در این مدل، اگر تعداد تقسیمات ۳ برای کوتاه‌ترین لوله انتخاب شود، میانگین عدد کورانت برای سه لوله موجود به‌طور نسبی کمتر از میانگین عدد کورانت در سایر تقسیمات است. بنابراین این تعداد تقسیمات به عنوان تعداد تقسیماتی که بیشترین خطای نسبی را ایجاد می‌کند در نظر گرفته می‌شود. در این حالت، عدد کورانت در لوله‌های ۱، ۲ و ۳ به ترتیب برابر با ۱/۰، ۰/۷۵۵ و ۰/۸۰۷ خواهد بود. برای صحت‌سنجی مدل، از نتایج اجرای مدل با ۳۴ تقسیم استفاده شده است که در این صورت میانگین عدد کورانت برای سه لوله، برابر با ۰/۹۹۸ و به ۱ بسیار نزدیک است. بنابراین، می‌توان نتایج این حل را به‌عنوان حل دقیق با کمترین خطای عددی شناخت.

در شکل (۴) مقادیر هد فشاری در بالادست محل شیر با استفاده از معادلات کامل و روش‌های درونیابی خطی، اسپلاین و هرمیت روی خط مکانی برای $Cr = 1/0$ در کوتاه‌ترین لوله مشاهده می‌شود. همچنین برای مقایسه بهتر میان نتایج حاصل از روش‌های مختلف، میزان هد فشار در فاصله زمانی ۶/۹ تا ۸/۴ ثانیه، در سمت چپ نمودار بزرگنمایی شده است. با توجه به این شکل ملاحظه می‌شود که در تعداد تقسیمات یکسان، دقت روش‌های درونیابی غیرخطی نسبت به روش درونیابی خطی بیشتر است و نتایج به‌دست آمده از روش‌های درونیابی غیرخطی به حل دقیق نزدیک‌تر است. از سوی دیگر، با وجود اختلاف اندک میان نتایج حاصل از به‌کارگیری درونیابی‌های اسپلاین و هرمیت، حل به روش هرمیت خطای عددی کمتری تولید می‌کند.

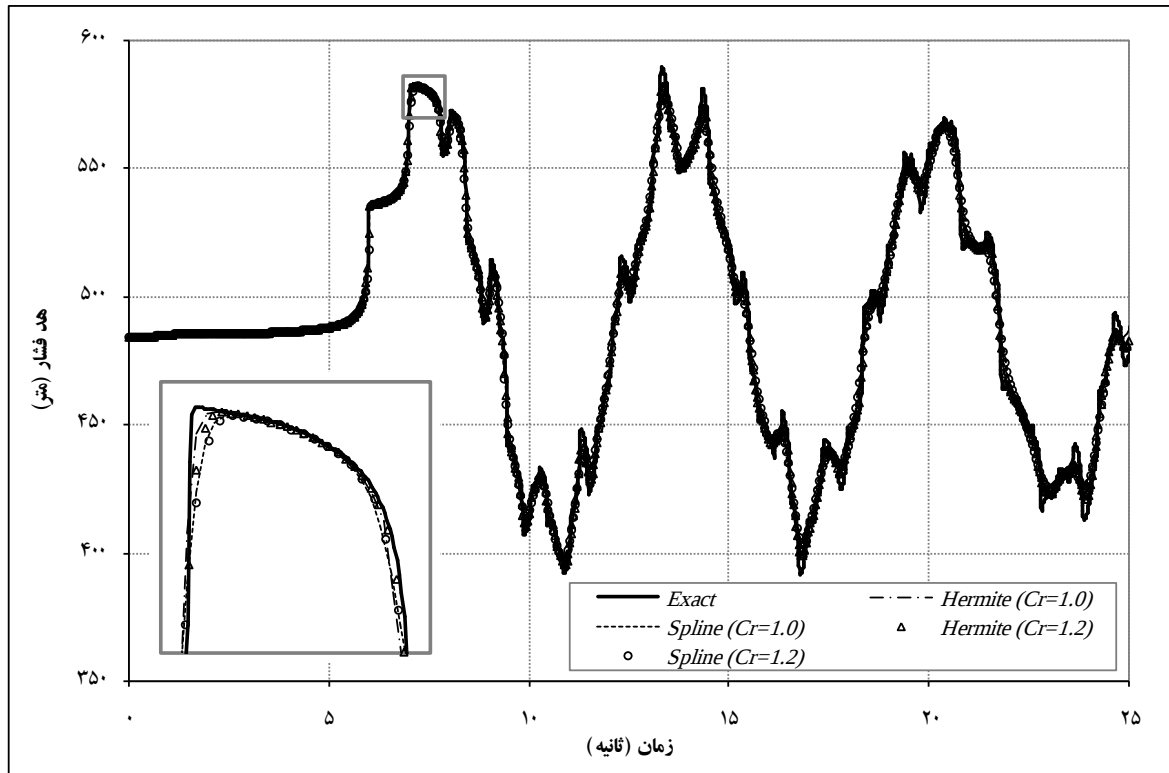
برای انجام حل با اعداد کورانت بزرگ‌تر از یک، مسأله مورد بررسی، با درونیابی‌های غیرخطی اسپلاین و هرمیت برای تعداد تقسیمات ۳ و عدد کورانت $Cr = 1/2$ در کوتاه‌ترین لوله اجرا گردید. با مقایسه نتایج حاصل از این درونیابی‌های غیرخطی با حل دقیق، میزان کارایی روش‌های ارایه

شده بررسی گردید. تغییرات هد فشار نسبت به زمان در محل شیر برای روش‌های ذکرشده در شکل (۵) نمایش داده شده است. جهت بهتر نشان دادن اختلاف میان نتایج روش‌های مختلف، این تغییرات در فاصله زمانی ۶/۹ تا ۷/۹ ثانیه نیز در سمت چپ نمودار قابل مشاهده است. با مقایسه نتایج نشان داده شده در شکل (۵)، دیده می‌شود که در اعداد کورانت بزرگ‌تر از یک، حل حاصل از روش‌های هرمیت و اسپلاین پایدار بوده و اختلاف اندکی با نتایج به‌دست آمده از حل با کورانت برابر با یک دارند. استفاده از اعداد کورانت بزرگ‌تر از یک این امکان را می‌دهد که برای حل مسئله از گام‌های زمانی بزرگ‌تری استفاده شود. بدین ترتیب می‌توان در درون‌یابی‌های غیرخطی با اعداد کورانت بزرگ‌تر از یک، ضمن استفاده از گام‌های زمانی بزرگ‌تر، زمان پردازش را کاهش داد و به جواب‌هایی با همان دقت درون‌یابی با کورانت برابر با یک رسید.

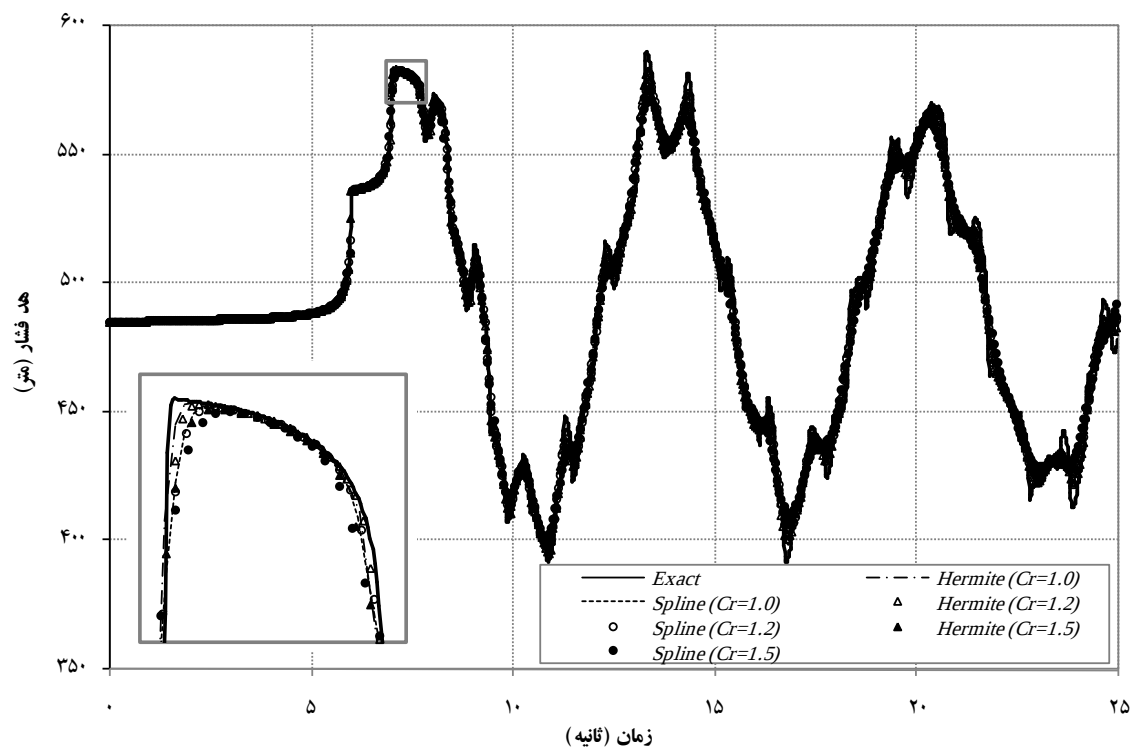


شکل ۴- نمودار هد فشار در محل شیر برای درون‌یابی‌های خطی و غیرخطی برای $Cr=1/10$ در کوتاه‌ترین نوله

در ادامه تحقیق، برای بررسی میزان حساسیت حل به بزرگی عدد کورانت، مدل قبلی با عدد کورانت ۱/۵ نیز اجرا گردید. در شکل (۶) مقایسه‌ای میان نتایج حل با عدد کورانت ۱، ۱/۲ و ۱/۵ برای درون‌یابی‌های اسپلاین و هرمیت با حل دقیق صورت گرفته و این نتایج در فاصله زمانی ۶/۹ تا ۷/۹ ثانیه نیز بزرگنمایی گردیده است. مقایسه نتایج حاصل از اجرای مدل با اعداد کورانت متفاوت نشان می‌دهد که با افزایش عدد کورانت، حل همچنان پایدار است و دقت آن چندان کاهش نمی‌یابد. در واقع با افزایش عدد کورانت، با آنکه زمان پردازش کاهش یافته است، تفاوت محسوسی بین نتایج به‌دست آمده دیده نمی‌شود.



شکل ۵- نمودار هد فشار در محل شیر برای درون‌یابی‌های غیرخطی برای $Cr=1/2$ و $Cr=1/10$ در کوتاه‌ترین لوله



شکل ۶- نمودار هد فشار در محل شیر برای درون‌یابی‌های غیرخطی برای $Cr=1/10$ ، $1/2$ و $1/5$ در کوتاه‌ترین لوله

۴. نتیجه گیری

در مقایسه میان روش های درونیابی خطی و غیرخطی، مشخص شد که هرگاه این روش ها، برای اعداد کورانت یکسان و تعداد تقسیمات لوله مشابه به کار روند، حل حاصل از روش های غیرخطی نتایج بهتری را ارائه می کند. این روش های درونیابی دارای قابلیت به کارگیری در اعداد کورانت بزرگ تر از یک با حفظ پایداری و دقت در حل هستند. استفاده از اعداد کورانت بزرگ تر از یک این امکان را می دهد که برای حل مسئله از گام های زمانی بزرگ تری استفاده شود و در نتیجه زمان پردازش کاهش یابد. در این بررسی مشاهده گردید که در اعداد کورانت بزرگ تر از یک، با افزایش عدد کورانت، خطای درونیابی های غیرخطی چندان افزایش نمی یابد، اما با این روش کاهش زمان اجرای برنامه قابل توجه است. بنابراین با به کارگیری روش های درونیابی غیرخطی، می توان با زمان پردازش کمتر به جواب هایی با دقت قابل قبول دست یافت. همچنین، در میان روش های درونیابی غیرخطی بررسی شده، خطای درونیابی روش هرمیت نسبت به روش اسپلاین کمتر بوده و حساسیت کمتری نسبت به تغییرات عدد کورانت نشان می دهد.

۵. منابع و مراجع

- [۱] رستمی، ع.ر.، چمنی، م.ر. و اصغری، ک. (۱۳۸۲)، "کاربرد درونیابی اسپلاین درجه سه در روش مشخصه ها برای حل ضربه قوچ"، ششمین کنفرانس بین المللی مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان، جلد (۳): هیدرولیک و منابع آب، ۲۵۷-۲۶۴.
- [2] Ghidaoui, M.S., Zhao, M., McInnis, D.A., and Axworthy, D.H., (2005), "A Review of Water Hammer Theory and Practice", *ASME J. Fluids Eng.*, 58, 49-76.
- [3] Lister, M., (1960), *The Numerical Solution of Hyperbolic Partial Differential Equations by the Method of Characteristics*, A Ralston and HS Wilf (eds), Numerical Methods for Digital Computers, Wiley New York, 165-179.
- [4] Wiggert, D.C., and Sundquist, M.J., (1977), "Fixed-Grid Characteristics for Pipeline Transients", *J. Hydra. Div.*, ASCE, 103(12), 1403-1415.
- [5] Goldberg, D.E., and Wylie, E.B., (1983), "Characteristics Method Using Time-Line Interpolations", *J. Hydra. Div.*, ASCE, 109, 670-683.
- [6] Lai, C., (1989), "Comprehensive Method of Characteristics Models for Flow Simulation," *J. Hydra. Div.*, ASCE, 114(9), 1074-1095.
- [7] Yang, J.C., and Hsu, E.L., (1990), "Time-Line Interpolation for Solution of the Dispersion Equation", *J. Hydra. Res.*, 28(4), 503-523.
- [8] Yang, J.C., and Hsu, E.L., (1991), "On the Use of the Reach-Back Characteristics Method of Calculation of Dispersion", *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 12, 225-235.
- [9] Sibertheros, I.A., Holley, E.R., and Branski, J.M., (1991), "Spline Interpolations for Water Hammer Analysis", *J. Hydra. Div.*, ASCE, 117(10), 1332-1349.
- [۱۰] رستمی، ع.ر.، چمنی، م.ر. و اصغری، ک. (۱۳۸۳)، "کاربرد درونیابی اسپلاین درجه سه در روش مشخصه ها برای حل مسائل ضربه قوچ"، امیرکبیر، ۱۵ (ب-۵۹)، ۳۶-۲۱.
- [۱۱] محمدیان، ز.، چمنی، م.ر. و اصغری، ک. (۱۳۸۸)، "به کارگیری روش های درونیابی غیرخطی در روش مشخصه ها برای مسائل ضربه قوچ"، مجموعه مقالات هشتمین کنگره بین المللی مهندسی عمران، جلد سوم، دانشگاه شیراز، ۲۱-۲۳ اردیبهشت.
- [12] Kincaid, D., Cheney, W., (1996), "Numerical Analysis: Second Edition", Brooks/Cole Publishing Co., USA.