



## برآورد عمق آب در لبه شیب‌شکن در کانال‌های با مقاطع مختلف با استفاده از معادله انرژی

محمد کریم بیرامی<sup>۱</sup>، محمد هیمن جنتی<sup>۲</sup>، محمد رضا چمنی<sup>۳</sup>

۱- دانشیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان

۳- دانشیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان

[bairami@cc.iut.ac.ir](mailto:bairami@cc.iut.ac.ir)  
[h.jannaty@cv.iut.ac.ir](mailto:h.jannaty@cv.iut.ac.ir)  
[mchamani@cc.iut.ac.ir](mailto:mchamani@cc.iut.ac.ir)

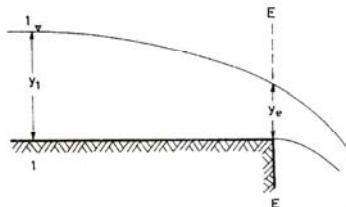
### خلاصه

شیب‌شکن سازه‌ای است که در کانال‌های آبیاری، شبکه جمع آوری آب و فاضلاب، شبکه جمع آوری آبهای سطحی و در سریزهای پلکانی برای کنترل شیب کف کانال استفاده می‌شود. اندازه‌گیری دبی جریان در کانال‌ها از اهمیت بسیاری برخوردار است. معمولاً با اندازه‌گیری عمق آب در لبه شیب‌شکن، می‌توان دبی جریان را بدست آورد. در این مقاله با استفاده از معادله انرژی و با فرض تغییر خطی فشار از بالادست شیب‌شکن تا لبه شیب‌شکن، روش ساده‌ای ارائه شده است که به کمک آن می‌توان نسبت عمق آب در لبه شیب‌شکن به عمق بحرانی در کانال‌هایی با مقاطع مستطیلی، مثلثی و ذوزنقه‌ای در حالت جریان زیربحاری را بدست آورد، علاوه بر این نمودارهایی ارائه شده است که می‌توان به صورت مستقیم از عمق لبه شیب‌شکن، دبی در کانال را بدست آورد. مقایسه این روش با نتایج آزمایشگاهی دیگر محققان نشان می‌دهد که روش پیشنهادی برای مقطع مستطیلی کمتر از ۱/۸ درصد و برای مقطع مثلثی کمتر از ۱/۸ درصد با نتایج آزمایشگاهی دیگران اختلاف دارد.

کلمات کلیدی: شیب‌شکن، عمق بحرانی، لبه شیب‌شکن، معادله انرژی، وسائل اندازه‌گیری.

### ۱. مقدمه

شیب‌شکن سازه‌ای است که می‌توان از آن به عنوان یکی از وسائل اندازه‌گیری دبی جریان استفاده کرد. برای اندازه‌گیری دبی جریان در شیب‌شکن تئوری و مطالعات آزمایشگاهی زیادی انجام گرفته است. رز (۱۹۳۶)، دلر و همکاران (۱۹۵۶)، راجاراتنم و مورالیدهار (۱۹۷۶)، مارکلند (۱۹۶۵) پیرو گینی (۱۹۷۰)، هیگر (۱۹۸۳)، پالیگری و همکاران (۱۹۹۵)، فرو (۱۹۹۹) و بیرامی و همکاران (۲۰۰۶) مهم‌ترین مطالعات را بررسی عمق نسبی آب در لبه شیب‌شکن ( $EDR$ ) و محاسبه دبی جریان انجام داده‌اند که  $y_e/y_c$  عمق در لبه شیب‌شکن و  $y$  عمق بحرانی است. رز (۱۹۳۶) با استفاده از معادله اندازه حرکت بین مقطع بالادست شیب‌شکن و مقطع جت سقوطی، رابطه‌ای برای عمق نسبی آب در لبه براساس عدد فرود بدست آورد. دلر و همکاران (۱۹۵۶) رابطه‌ای برای عمق نسبی آب در لبه شیب‌شکن ( $EDR$ ) را با استفاده از معادله اندازه حرکت بین مقطع ( $E-E$ ) و مقطع (۱-۱) و با فرض توزیع فشار یکنواخت در لبه شیب‌شکن بدست آوردند، شکل (۱). راجاراتنم و مورالیدهار (۱۹۷۶) با انجام آزمایش بررسی شیب‌شکن با مقاطع مختلف نشان دادند که برای جریان زیربحاری، مقدار  $EDR$  با افزایش  $y/y_c$  به سرعت کاهش می‌یابد که  $y$  شیب کانال در مقطع بالادست شیب‌شکن و  $y_c$  شیب بحرانی کانال است. راجاراتنم و مورالیدهار (۱۹۷۶) با استفاده از معادله مانینگ و رابطه‌ی عدد فرود برای جریان فوق بحرانی، برای  $EDR$  یک روش تحلیلی ارائه کردند. پیرو گینی (۱۹۷۰) عمق در لبه شیب‌شکن با مقطع مثلثی را بدست آورد. مارکلند (۱۹۶۵) و هیگر (۱۹۸۳) با استفاده از یافته‌های راجاراتنم و مورالیدهار، تئوری عمق لبه را برای جریان فوق بحرانی در کانال مستطیلی بدست آوردند. پالیگری و همکاران (۱۹۹۵) تئوری برای عمق در لبه کانال ذوزنقه‌ای ارائه دادند. فرو (۱۹۹۹) حل تئوری برای عمق در لبه برای مقاطع مستطیلی، مثلثی و ذوزنقه‌ای ارائه نمود. بیرامی و همکاران (۲۰۰۶) عمق در لبه و توزیع فشار را با استفاده از تئوری گرداب و معادله مومنتوم بدست آوردند.



شکل ۱ - نمایی از یک شبکه.

## ۲. روش پیشنهادی برای $EDR$ در کanal مستطیلی

معادله انرژی را بین مقاطع  $(1-E)$  و  $(E-E)$  با صرفنظر کردن از افت انرژی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$y + \frac{Q^2}{2gb^2y^2} = C_s y_e + \frac{Q^2}{2gb^2y_e^2} \quad (1)$$

که در آن  $y$  عمق آب در بالادست شبکه،  $Q$  دبی در کanal،  $b$  عرض کanal،  $g$  شتاب گرانشی و  $C_s$  ضریب تبدیل فشار به فشار هیدرواستاتیک است. علت استفاده از ضریب  $C_s$  در رابطه (۱) این است که فشار در لبه شبکه هیدرواستاتیک نیست و در معادله انرژی باید فشار هیدرواستاتیک قرار گیرد. در این تحقیق فرض گردیده که تغییرات فشار به صورت خطی با عمق از بالادست شبکن تا لبه شبکن کاوش می‌یابد ( $C_s = y_e/y_c$ ). با ساده‌سازی رابطه (۱) خواهیم داشت:

$$\frac{3}{2}y_c = y_e \left( \frac{y_e}{y_c} \right) + \frac{Q^2}{2gb^2y_e^2} \quad (2)$$

رابطه‌ی میان عمق بحرانی و دبی در کanal مستطیلی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A^3}{T} \rightarrow y_c = \left( \frac{Q^2}{b^2 g} \right) \quad (3)$$

با جایگزینی رابطه‌ی (۳) در رابطه‌ی (۲) خواهیم داشت:

$$\frac{3}{2} \left( \frac{Q^2}{b^2 g} \right)^{\frac{1}{3}} = \frac{y_e^2}{\left( \frac{Q^2}{b^2 g} \right)^{\frac{1}{3}}} + \frac{Q^2}{2gb^2y_e^2} \quad (4)$$

یا

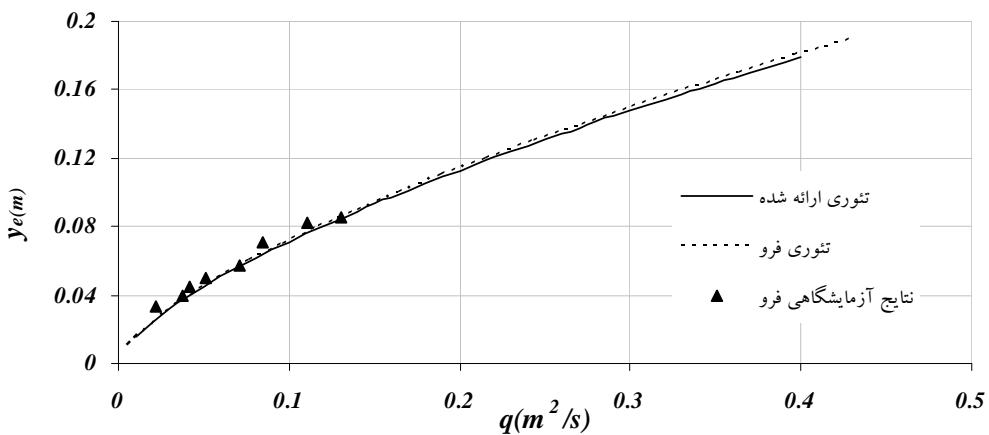
$$\frac{3}{2} \left( \frac{q^2}{b^2} \right)^{\frac{1}{3}} = \frac{y_e^2}{\left( \frac{q^2}{g} \right)^{\frac{1}{3}}} + \frac{q^2}{2gy_e^2} \quad (5)$$

که در آن  $q$  دبی در واحد عرض کanal است. در شکل (۲) تغییرات  $q$  بر حسب  $Q$  با استفاده از رابطه‌ی (۵) رسم گردیده است و مشخص شد که برآورد  $EDR$  در این روش با روش فرو و داده‌های آزمایشگاهی تطابق خوبی دارد.

اگر در رابطه‌ی (۳)،  $Q$  را بر حسب  $y_e$  بدست آوریم و آن را در رابطه‌ی (۲) قرار دهیم، مقدار  $EDR$  به صورت زیر بدست می‌آید:

$$EDR = \frac{y_e}{y_c} = 0.707 \quad (6)$$

که این مقدار  $EDR$  توسط محققان دیگر برابر با  $715/0$  بدست آمده است که دارای خطای  $1/5$  درصد با روش پیشنهادی است.



شکل ۲ - تغییرات عمق آب در لبه شیب‌شکن بر حسب دبی در واحد عرض برای کانال مستطیلی. مستطیلی

### ۳. تئوری پیشنهادی برای EDR در کanal مثلثی

معادله اثری را بین مقاطع (۱) و (E-E) با صرفنظر کردن از افت اثری به صورت زیر بدست می‌آید:

$$y + \frac{Q^2}{2g(my^2)^2} = C_s y_e + \frac{Q^2}{2g(my_e^2)^2} \quad (7)$$

که در آن  $m$  معکوس شیب مقطع مثلثی است. علت استفاده از ضریب  $C_s = y_e/y_c$  در رابطه (7) این است که مانند حالت قبل، فشار در لبه شیب‌شکن هیدرولاستاتیک نیست و فرض گردیده تغییرات فشار به صورت خطی با عمق کاهش می‌یابد. از این‌رو از این ضریب استفاده گردیده است. با ساده‌سازی رابطه (7) خواهیم داشت:

$$\frac{5}{4} y_c = y_e \left( \frac{y_e}{y_c} \right) + \frac{Q^2}{2g(my_e^2)^2} \quad (8)$$

رابطه بین عمق بحرانی و دبی در کanal مثلثی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A^3}{T} \rightarrow y_c = \left( \frac{2Q^2}{m^2 g} \right)^{\frac{1}{5}} \quad (9)$$

با جایگزینی رابطه (9) در رابطه (8) داریم:

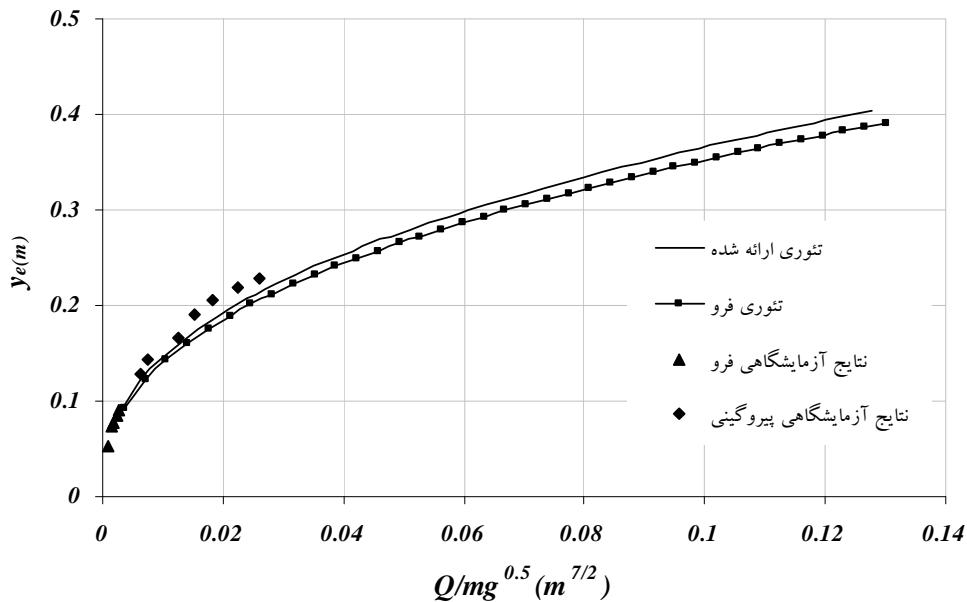
$$\frac{5}{4} \left( \frac{2Q^2}{m^2 g} \right)^{\frac{1}{5}} = \frac{y_e^2}{\left( \frac{2Q^2}{m^2 g} \right)^{\frac{1}{5}}} + \frac{Q^2}{2gm^2 y_e^4} \quad (10)$$

در شکل (۳) تغییرات  $y_e$  بر حسب  $Q$  با استفاده از رابطه (10) رسم گردیده است و مشخص شد که برآورد EDR در این روش با روش فرو و نتایج آزمایشگاهی تطابق خوبی دارد.

با جایگزینی رابطه (9)، در رابطه (8) نسبت EDR به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\frac{y_e}{y_c} = 0.802 \quad (11)$$

که این مقدار توسط محققان دیگر ۸۱۷/۰ بدست آمده است که دارای خطای ۱/۸ درصد با روش پیشنهادی است.



شکل ۳: تغییرات عمق در لبه شبکن بر حسب دبی و شکل مقطع برای کanal مثلثی.

#### ۴. تئوری پیشنهادی برای EDR در کanal ذوزنقه‌ای

معادله‌ی انرژی را بین مقاطع (۱) و (E-E) با صرفنظر کردن از افت انرژی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$y_c + \frac{Q^2}{2g(b+my_c)^2 y_c^2} = C_s y_e + \frac{Q^2}{2g(b+my_e)^2 y_e^2} \quad (12)$$

رابطه میان عمق بحرانی و دبی در کanal ذوزنقه‌ای را به صورت زیر بدست می‌آید.

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A^3}{T} \rightarrow \frac{Q^2}{g} = \frac{(b+my_c)^3 y_c^3}{(b+2my_c)} \quad (13)$$

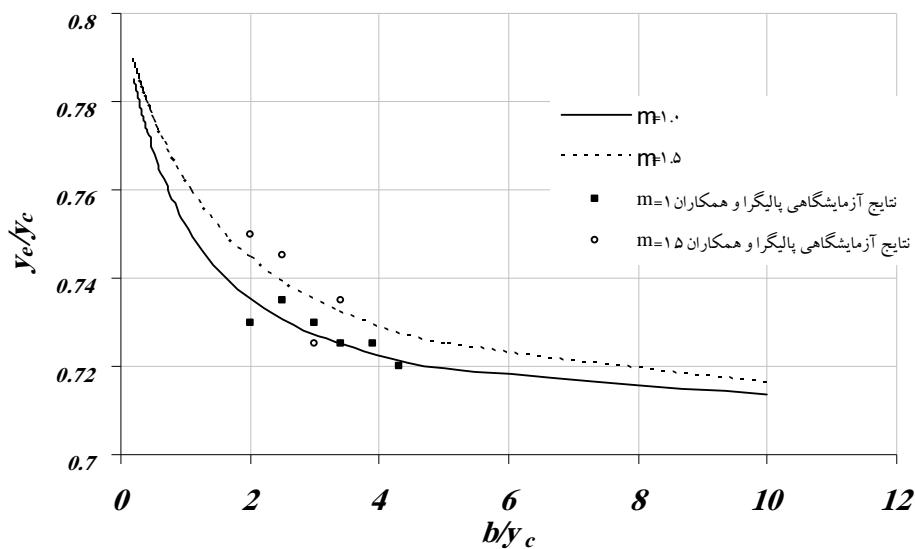
با جایگذاری رابطه‌ی (۱۳) در رابطه‌ی (۱۲) به رابطه زیر دست می‌یابیم.

$$1 + \frac{(b+my_c)}{2(b+2my_c)} = \frac{y_c^2}{y_e^2} + \frac{(b+my_e)^3 y_e^2}{2(b+2my_c)(b+my_e)^2 y_e^2} \quad (14)$$

با ساده سازی رابطه‌ی (۱۴) داریم:

$$1 + \frac{\left(\frac{b}{y_c} + m\right)}{2\left(\frac{b}{y_c} + 2m\right)} = \frac{y_e^2}{y_c^2} + \frac{\left(\frac{b}{y_e} + m\right)y_e^2}{2\left(\frac{b}{y_e} + 2m\right)\left(\frac{b}{y_e} + m\frac{y_e}{y_c}\right)^2 \frac{y_e^2}{y_c^2}} \quad (15)$$

در شکل (۴) با استفاده از رابطه (۱۵) بر حسب  $b/y_c$  برای  $m$  های مختلف رسم گردیده است.



شکل ۴: تغییرات عمق در لبه شیب شکن بر حسب دبی و شکل مقطع برای کanal ذوزنقه‌ای.

## نتیجه‌گیری ۵.

مقاله‌ی حاضر نشان می‌دهد که فرض کاهش فشار در لبه شیب شکن که بصورت خطی درنظر گرفته شده است، فرض قابل قبولی است. با استفاده از چنین فرضی می‌توان مسائل پیچیده‌تری را به راحتی حل کرد. اختلاف این تئوری با تئوری دیگر در مقطع مستطیلی بسیار ناقیز است در حالیکه در مقطع مثاثی این اختلاف در  $Q/mg^{0.5}$  بزرگتر از  $10/8$  بیشتر می‌گردد. علاوه بر این نمودارهایی ارائه شده است که می‌توان به صورت مستقیم از عمق لبه شیب شکن، دبی در کanal را بدست آورد. مقایسه این روش با نتایج آزمایشگاهی دیگر محققان نشان می‌دهد که روش پیشنهادی برای مقطع مستطیلی کمتر از  $1/5$  درصد و برای مقطع مثاثی کمتر از  $1/8$  درصد با نتایج آزمایشگاهی دیگران اختلاف دارد. نتایج داده‌های آزمایشگاهی و تئوری ارائه شده برای کanal ذوزنقه‌ای همخوانی خوبی دارد.

## مراجع ۶.

1. Delleur, J. W., Dooge, J. C., and Gent, K. W. (1956). "Influence of slope and roughness on the overfall." Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 82(4), pp 1038-30–1038-35.
2. Ferro ,V. (1999). "Theoretical end-depth-discharge relation for free overfall." Journal of Irrigation and Drainage Engineering, ASCE, 125(1), pp 40–44.
3. Hager,W. H. (1983). "Hydraulics of plane free overfall." Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 109(12), pp 1683–1697.
4. Markland, E. (1965). "Calculation of flow at free overfall by relaxation method." Proc., Inst. of Civ. Engrg., 31, May, 71–78.
5. Rouse, H. (1943). "Discussion of 'Energy loss at the base of the free overfall.' by W. L. Moore." Trans. ASCE, 108, Paper No. 2204, pp 1383–1387.
6. Peruginelli, A. (1980). "Chiamata di sbocco in sezione triangolare." Idrotecniche, 58(1), pp 17–39.
7. Rajaratnam, N., and Muralidhar, D. (1965). "End depth for exponential channels." Journal of Irrigation and Drainage., ASCE, 90(1), pp 17–39.



8. Rajaratnam, N., and Muralidhar, D. (1976). ‘The trapezoidal free overfall.’ *Journal of Hydraulic Engineering*, 8(4), pp 419–447.
9. Pagliara, S. & Viti, C. (1995). Discussion on Gupta, R. D., Jamil, M. & Mohsin, M. 1993. J. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*.